

ПРОЦЕССЫ ФИЛЬТРАЦИИ СО СМЕНОЙ РЕЖИМА В ДЕФОРМИРУЕМЫХ ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

1. Введение

Рассматриваются процессы фильтрации жидкости в неоднородных пористых средах, моделирующих природные нефтегазовые пласты трещиноватой структуры [1, 2]. Математически процессы фильтрации в таких средах описываются системой двух параболических уравнений для давления жидкости в порах и в более крупных каналах, разделяющих матрицы на блоки. В нефтепромысловой практике большое распространение получил линейный подход [3]. Однако многочисленные наблюдения [4, 5] свидетельствуют о нелинейности фильтрационных процессов в природных трещиноватых пластах. В рамках нелинейной модели [6] отражены основные особенности этих процессов. Исследование различных краевых задач [7, 8] свидетельствует о перспективности предложенного нелинейного моделирования.

В данной работе для модели [6] рассматриваются процессы фильтрации со сменой режима, когда меняются граничные условия на скважине: восстановление давления после длительной работы скважины с постоянным забойным давлением. Проводится сравнение линейной и нелинейной моделей. Кроме того, поскольку нефть не является ньютоновской жидкостью, впервые рассматривается модель жидкости с предельным градиентом для описания процессов фильтрации нефти.

Данные о восстановлении давления на скважине при ее закрытии после длительной работы используются в нефтепромысловой практике для определения параметров пласта. При снятии кривых восстановления давления на скважине эффективный коэффициент пьезопроводности пласта считается постоянным и равным одной и той же величине до закрытия скважины и после ее закрытия. В том случае когда коэффициент пьезопроводности имеет разные значения до и после закрытия скважины, режим фильтрации является упруго-пластическим в смысле Баренблатта [9]. Задача упруго-пластической фильтрации исследована в монографии [9] для однородных пористых сред.

2. Ньютоновская жидкость

Для модели [6] упруго-пластическая фильтрация в чисто трещиноватой среде (матрица непористая) описывается уравнениями

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \omega} = \frac{1}{4} \kappa_1 \frac{\partial^2 \varphi^4}{\partial \xi^2}, \quad 0 < \xi < \infty, \quad 0 < \omega \leq \Omega, \quad (1)$$

$$\varphi(0, \omega) = \varphi_0;$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \omega} = \frac{1}{4} \kappa_2 \frac{\partial^2 \varphi^4}{\partial \xi^2}, \quad 0 < \xi < \infty, \quad \omega > \Omega, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \varphi(0, \omega)}{\partial \xi} = 0,$$

где φ , ω и ξ – безразмерные давление, время и координата соответственно. Уравнение (1) описывает работу галереи с постоянным забойным давлением φ_0 , а уравнение (2) – процесс восстановления давления после закрытия галереи в момент времени Ω . В (1), (2) эффективные коэффициенты пьезопроводности κ_1 , κ_2 – постоянные, $\kappa_1 \neq \kappa_2$, что соответствует упруго-пластическому режиму фильтрации в смысле Баренблатта [9]. Согласно закону Дарси для линейных сред скорость фильтрации пропорциональна градиенту давления с постоянным коэффициентом (коэффициент пьезопроводности). Для рассматриваемых сред коэффициент пьезопроводности зависит от третьей степени давления [6], что является следствием двух законов – закона Пуазейля течения вязкой жидкости и закона Гука, описывающего упругий закон раскрытия каналов (трещин) под действием давления жидкости.

Численное решение уравнений (1), (2) не вызывает затруднений. Известно автомодельное решение этих уравнений для специальных граничных условий. Для сформулированной краевой задачи точного аналитического решения нет. Для практических целей достаточно информативным оказывается приближенное аналитическое решение, построенное методом интегральных соотношений [9], введенным впервые в теории пограничного слоя Прандтлем. Суть метода заключается в том, что решение строится в ограниченной области влияния галереи $0 \leq \xi \leq \ell(\omega)$, размеры которой зависят от времени. Это решение должно удовлетворять граничным и начальным условиям и уравнению баланса массы. Уравнение баланса массы получается путем интегрирования исходного уравнения по области влияния галереи. Решение строится в виде полинома с неопределенными коэффициентами:

$$\varphi(\xi, \omega) = \varphi_1(\xi, \omega) = \varphi_0 + \alpha_1 \frac{\xi}{\ell(\omega)} + \alpha_2 \frac{\xi^2}{\ell^2(\omega)} + \alpha_3 \frac{\xi^3}{\ell^3(\omega)}, \quad \xi \leq \ell(\omega), \quad (3)$$

$$\varphi(\xi, \omega) = 1, \quad \xi > \ell(\omega),$$

где $\ell = \ell(\omega)$ – движущаяся граница фиктивной области влияния галереи. Вне зоны влияния галереи давление предполагается невозмущенным. На границе области влияния используются условия непрерывности давления и расхода, а также гладкость давления на ней:

$$\varphi = 1, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} = 0, \quad \xi = \ell(\omega), \quad (4)$$

из которых определяются коэффициенты α_i . Закон движения $\ell = \ell(\omega)$ находится из дифференциального уравнения, получаемого при интегрировании (1) по зоне влияния галереи $0 \leq \xi \leq \ell(\omega)$ с подстановкой функции (3). Опуская выкладки, приведем окончательное выражение закона:

$$\ell(\omega) = \beta \sqrt{\omega}, \quad \beta = 2\sqrt{6\kappa_1 \varphi_0^3}. \quad (5)$$

Для построения приближенного аналитического решения при $\omega > \Omega$ (после закрытия скважины) введем фиктивную движущуюся границу области влияния смены режима работы галереи $\lambda = \lambda(\omega)$. Для $\lambda(\omega) < \xi \leq \ell(\omega)$ функция $\varphi(\xi, \omega) = \varphi_1(\xi, \omega)$ имеет выражение (3), что соответствует тому, что на эту область остановка галереи еще не повлияла. Для $0 \leq \xi \leq \lambda(\omega)$ решение $\varphi(\xi, \omega) = \varphi_2(\xi, \omega)$ ищется в виде полинома от ξ/λ с неопределенными коэффициентами, которые находятся из условий нулевого дебита на галерее, а также непрерывности давления и расхода и гладкости давления на границе области влияния остановки галереи:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_2}{\partial \xi} &= 0, \quad \xi = 0, \\ \varphi_2 &= \varphi_1, \quad \frac{\partial \varphi_2}{\partial \xi} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial \xi}, \quad \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial \xi^2} = \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial \xi^2}, \quad \xi = \lambda(\omega). \end{aligned} \quad (6)$$

Получаем

$$\begin{aligned} \varphi(\xi, \omega) &= \varphi_2(\xi, \omega) = \varphi_0 + z(1 - \varphi_0) \left[1 + 3(1 - z) \left(\frac{\xi}{\lambda} \right)^2 - (1 - z^2) \left(\frac{\xi}{\lambda} \right)^3 \right], \\ z &= z(\omega) = \frac{\lambda(\omega)}{\ell(\omega)}. \end{aligned} \quad (7)$$

Подставляя выражение (7) в уравнение (2) и интегрируя по зоне возмущения $0 \leq \xi \leq \lambda(\omega)$, находим окончательное уравнение для $z = z(\omega)$ в неявной форме:

$$\ln \left(\frac{\omega}{\Omega} \right) = \int_0^z \frac{4z \, dz}{z^2(5 - 8z + z^2) + \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \left[1 + \frac{1 - \varphi_0}{\varphi_0} (3z - 3z^2 + z^3) \right]^3 (z - 1)^2}. \quad (8)$$

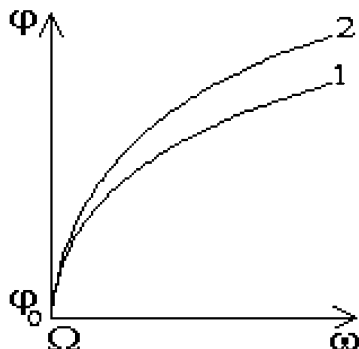


Рис. 1. Восстановление давления ньютоновской жидкости на галерее в линейной трещиноватой (1) и нелинейной трещиноватой (2) среде

С учетом найденной зависимости $z = z(\omega)$ выражение (7) при $\xi = 0$ определяет закон восстановления давления на скважине $\varphi(0, \omega)$ для рассматриваемой модели трещиноватой среды (рис. 1). Параметр $\gamma = \kappa_2/\kappa_1$ определяет упруго-пластический режим фильтрации в смысле Баренблатта [9]. При $\gamma = 0$ восстановление давления происходит в упругом режиме. При увеличении γ увеличиваются пластические свойства среды.

3. Неньютоновская жидкость

В качестве модели жидкости рассматривается жидкость с предельным градиентом как достаточно хорошо соответствующая многим видам нефтей. Рассматривается процесс восстановления давления после работы галереи в режиме с фиксированным забойным давлением. В рамках принятой постановки задачи в трещиноватой среде процесс описывается уравнениями

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \omega} = \kappa_1 \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\varphi^{n-1} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} - H \right) \right], \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \omega} < 0, \quad (9)$$

$$\varphi(0, \omega) = 1, \quad 0 < \omega \leq \Omega;$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \omega} = \kappa_2 \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\varphi^{n-1} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} - H \right) \right], \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \omega} > 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \varphi(0, \omega)}{\partial \xi} = 0, \quad \omega \geq \Omega,$$

где H – безразмерный предельный градиент, а параметр n принимает значения 4 и 1 для нелинейной трещиноватой и линейной трещиноватой среды

соответственно (нелинейная модель [6] и линейная модель [3] соответственно). При $H = 0$ модель (9, 10) переходит в модель (1, 2).

Приближенное решение уравнения (9) ищется в виде (3), где неопределенные коэффициенты α_i подбираются из граничных условий на галерее (9) и фиктивной границе $\ell = \ell(\omega)$ области влияния галереи (4) (см. раздел «Ньютоновская жидкость»). Таким образом, выражение для φ_1 принимает вид

$$\varphi_1(\xi, \omega) = \varphi_0 + (1 - \varphi_0) \left(3 \frac{\xi}{\ell} - 3 \frac{\xi^2}{\ell^2} + \frac{\xi^3}{\ell^3} \right). \quad (11)$$

Закон движения фиктивной границы области возмущения определяется путем интегрирования уравнения (9) по области влияния галереи $0 \leq \xi \leq \ell(\omega)$ с подстановкой (11), что приводит к следующему дифференциальному уравнению для $\ell(\omega)$:

$$\frac{d\ell}{d\omega} = \frac{a}{\ell} + b, \quad \text{где} \quad a = 12\kappa_1\varphi_0^{n-1}, \quad b = 4\kappa_1H \frac{1 - \varphi_0^{n-1}}{1 - \varphi_0}. \quad (12)$$

Решение этого дифференциального уравнения приводит к неявному уравнению для определения $\ell = \ell(\omega)$:

$$b\ell - a \ln \left(\frac{b}{a} \ell + 1 \right) = b^2\omega. \quad (13)$$

В пределе при $b \rightarrow 0$ ($H \rightarrow 0$), раскладывая уравнение (13) в ряд Тейлора, получаем выражение для ньютоновской жидкости (5). Таким образом, находя $\ell = \ell(\omega)$ из (13), можно определить давление $\varphi = \varphi(\xi, \omega) = \varphi_1(\xi, \omega)$ из (11) (рис. 2).

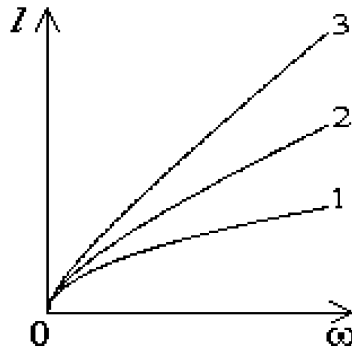


Рис. 2. Движение фиктивной границы $\ell(\omega)$ при $H = 0$ (1), $H = 0.25$ (2) $H = 0.5$ (3)

Для определения давления после закрытия скважины (при $\omega > \Omega$), так же как и в случае ньютоновской жидкости, вводятся фиктивная граница области влияния смены режима работы галереи $\lambda = \lambda(\omega)$ и реальная граница $\mu = \mu(\omega)$, делящая пласт на две области, – волна разгрузки. В одной давление возрастает и, следовательно, фильтрация подчиняется закону (10), а в другой продолжает убывать и фильтрация происходит в соответствии с уравнением (9). Таким образом, на этой границе выполняется условие

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \omega} = 0, \quad \xi = \mu(\omega). \quad (14)$$

При $\omega > \Omega$ выполнены условия $0 < \mu(\omega) < \lambda(\omega) < \ell(\omega)$. Для $\xi > \lambda(\omega)$ давление остается неизменным: $\varphi = \varphi_1(\xi, \omega)$, а для $0 \leq \xi \leq \lambda(\omega)$ ищется методом интегральных соотношений в следующем виде:

$$\varphi = \varphi_2(\xi, \omega) = K + M \frac{\xi^2}{\lambda^2} + N \frac{\xi^2}{\lambda^2}, \quad (15)$$

где коэффициенты K , M , N находятся из условий (6) на фиктивной границе $\lambda = \lambda(\omega)$:

$$\begin{aligned} K &= \varphi_0 + (1 - \varphi_0)z, \quad M = 3(1 - \varphi_0(z - z^2)), \quad N = (1 - \varphi_0)(z^3 - z), \\ z &= z(\omega) = \frac{\lambda(\omega)}{\ell(\omega)}. \end{aligned} \quad (16)$$

Подставляя (15) в (14), получаем алгебраическое уравнение

$$\begin{aligned} F(y, z) &= (3n - 1)(1 + z)Ny^4 - 4(3n - 1)Ny^3 - 2(2n - 1)My^2 - \\ &- (n - 1)H\ell(z + z^2)y^2 + 2K(1 + z)y + 2(n - 1)H\ell zy - 2K = 0, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\text{где } y = y(\omega) = \frac{\mu(\omega)}{\lambda(\omega)}.$$

Интегрируя (9), (10) по возмущенной зоне $0 \leq \xi \leq \mu(\omega)$ и $\mu(\omega) \leq \xi \leq \lambda(\omega)$ соответственно, получаем дифференциальное уравнение

$$\begin{aligned} \tilde{G}\left(y, z, \frac{dz}{d\omega}\right) &= (\kappa_2 - \kappa_1)(K + My^2 + Ny^3)^3 \times \\ &\times [3(1 - \varphi_0)(1 - z)y(2 - (1 + z)y) - H\ell] + \\ &+ \kappa_2 K^3 H\ell + \kappa_1 (K + L + M)^3 [3(1 - \varphi_0)(1 - z)^2 - H\ell] - \\ &- \frac{1}{2}(1 - \varphi_0)\ell^2 z \frac{dz}{d\omega} + \frac{1}{4}(1 - \varphi_0)(3z^4 - 8z^3 + 5z^2)\ell \frac{d\ell}{d\omega} = 0. \end{aligned} \quad (18)$$

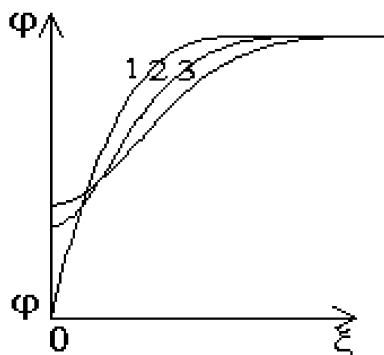


Рис. 3. Восстановление давления неьютоновской жидкости в нелинейной трещиноватой среде. Распределение давления по пласту в момент закрытия галереи (1) и спустя некоторое время после закрытия (2, 3)

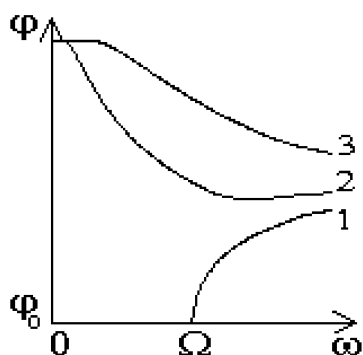


Рис. 4. Восстановление давления неьютоновской жидкости в нелинейной трещиноватой среде: 1 – на галерее; 2, 3 – в глубине пласта

Для решения дифференциального уравнения (18) можно применять различные численные методы, например неявный метод Эйлера:

$$\begin{aligned} \frac{dz_n}{d\omega} &\approx \frac{z_n - z_{n-1}}{s}, \\ G(y_n, z_n, z_{n-1}) &= \tilde{G}\left(y_n, z_n, \frac{z_n - z_{n-1}}{s}\right) = 0, \end{aligned} \quad (19)$$

что приводит к системе алгебраических уравнений

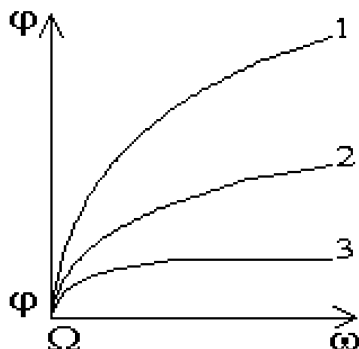


Рис. 5. Восстановление давления жидкости в нелинейной трещиноватой среде при различных значениях параметра H : 1 – ньютоновская жидкость ($H = 0$); 2 – неньютоновская жидкость ($H = 0.25$); 3 – неньютоновская жидкость ($H = 0.5$)

$$\begin{cases} F(y_n, z_n) = 0, \\ G(y_n, z_n, z_{n-1}) = 0, \\ y_0 = 1, \quad z_0 = 0. \end{cases} \quad (20)$$

Численное решение этой системы определяют $y(\omega)$ и $z(\omega)$. С их помощью определяются давление $\varphi = \varphi_2(\xi, \omega)$ (15), (16) и волна разгрузки $\mu(\omega)$ (17) (рис. 3, 4).

Сравнение решений, получаемых из (7) и (15), показывает, что процесс восстановления давления для неньютоновской жидкости с предельным градиентом ($H > 0$) происходит медленнее, чем для ньютоновской жидкости ($H = 0$) (рис. 5). В первом случае фронт разгрузки $\mu(\omega)$ движется в глубь пласта от галереи медленнее. В то же время давление в пласте убывает быстрее при работе галереи с постоянным забойным давлением при росте предельного градиента. Это объясняется тем, что при наличии предельного градиента возникают внутренние препятствия движению жидкости, т.е. скорость реакции жидкости на перепад давления тем ниже, чем больше предельный градиент.

Литература

1. МАЙДЕБОР В. Н. Разработка нефтяных месторождений с трещиноватыми коллекторами. М.: Недра, 1967.
2. ГОЛФ-РАХТ Т. Д. Основы нефтепромысловой геологии и разработки трещиноватых коллекторов. М.: Недра, 1986.

3. БАРЕНБЛАТТ Г. И., ЖЕЛТОВ Ю. П. Об основных уравнениях фильтрации однородной жидкости в трещиноватых породах // Докл. АН СССР. 1960. Т. 132, № 3. С. 545–548.
4. НИКОЛАЕВСКИЙ В. Н., БАСНИЕВ К. С., ГОРБУНОВ А. Т. и др. Механика насыщенных пористых сред. М.: Недра, 1970.
5. GALE J. E. Flow and transport in fractured rocks // Geoscience Canada. 1981. Vol. 9, № 1. P. 79–81.
6. БУЕВИЧ Ю. А. Структурно-механические свойства и фильтрация в упругом трещиновато-пористом материале // Инженер.-физ. журн. 1984. Т. 46, № 4. С. 593–600.
7. BUYEVICH YU. A., NUSTROV V. S. Non-linear flow in fractured porous media // Transport in Porous Media. 1993. Vol. 12, № 1. P. 1–17.
8. BUYEVICH YU. A., NUSTROV V. S., PLOCHOI S. A. ET AL. Unsteady flow in nonlinear fractured reservoirs // Fluid Mechanics Research. 2000. Vol. 27, № 2–4. P. 248–269.
9. БАРЕНБЛАТТ Г. И., ЕНТОВ В. М., РЫЖИК В. М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М.: Недра, 1972.